

WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Miejsce na naklejkę.

Sprawdź, czy kod na naklejce to
E-100.

Jeżeli tak – przyklej naklejkę.
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

Egzamin maturalny

Formuła 2015

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

Symbol arkusza

EMAP-P0-100-2505

WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

☐ Uprawnienie zdającego do
dostosowania w związku z dyskalkulią.

DATA: 6 maja 2025 r.

GODZINA ROZPOCZĘCIA: 9:00

CZAS TRWANIA: 170 minut

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: 50

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**,
tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi.
Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu
takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.



W każdym z zadań od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Dodatnia liczba a stanowi 80% liczby b .

Liczba b stanowi

☒ A. 125% liczby a .

☐ B. 25% liczby a .

☐ C. 20% liczby a .

☐ D. 12,5% liczby a .

$$a = 80\% b$$

$$a = 0,8b$$

$$a = \frac{4}{5}b \quad | : \frac{4}{5}$$

$$b = a : \frac{4}{5} = a \cdot \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}a = 1,25a = 125\%a$$

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $(\sqrt{32} - \sqrt{2})^2$ jest równa

Rozwiązanie $\rightarrow$

☐ A. 16

☒ B. 18

☐ C. 30

☐ D. 34

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $\frac{5^{12} + 5^{13} + 5^{14}}{5^{12}}$ jest równa

Rozwiązanie $\rightarrow$

☐ A. 30

☒ B. 31

☐ C. 5^{12}

☐ D. 5^{27}

Zadanie 4. (0–1)

Liczba $\log_3 108 - 2\log_3 2$ jest równa

Rozwiązanie $\rightarrow$

☒ A. 3

☐ B. 9

☐ C. $\log_3 104$

☐ D. $2\log_3 54$

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zad 2.

$$\text{I} \quad (\sqrt{32} - \sqrt{2})^2 = (4\sqrt{2} - \sqrt{2})^2 = (3\sqrt{2})^2 = 3^2 \cdot \sqrt{2}^2 = 9 \cdot 2 = 18$$

$$\begin{array}{r} 32 \overline{) 2} \\ 16 \overline{) 2} \\ 8 \overline{) 2} \\ 4 \overline{) 2} \\ 2 \overline{) 2} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{II}) \quad (\sqrt{32} - \sqrt{2})^2 &= \sqrt{32}^2 - 2 \cdot \sqrt{32} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2}^2 = \\ &= 32 - 2\sqrt{64} + 2 = 34 - 2 \cdot 8 = \\ &= 34 - 16 = 18 \end{aligned}$$

Zad 3.

$$\begin{aligned} \text{I}) \quad \frac{5^{12} + 5^{13} + 5^{14}}{5^{12}} &= \frac{5^{12}}{5^{12}} + \frac{5^{13}}{5^{12}} + \frac{5^{14}}{5^{12}} = 1 + 5 + 25 = \\ &= 31 \end{aligned}$$

$$\text{II}) \quad \frac{5^{12} + 5^{13} + 5^{14}}{5^{12}} = \frac{5^{12}(1 + 5 + 5^2)}{5^{12}} = 1 + 5 + 25 = 31$$

Zad 4.

$$\begin{aligned} \log_3 108 - 2\log_3 2 &= \log_3 108 - \log_3 2^2 = \\ &= \log_3 108 - \log_3 4 = \log_3 \frac{108}{4} = \log_3 27 = 3 \end{aligned}$$

$3^3 = 27$

Zadanie 5. (0–1)

Dla każdej liczby rzeczywistej x wartość wyrażenia $(3x + 2)^2 - (2x - 3)^2$ jest równa wartości wyrażenia

- A. $5x^2 - 5$
- B. $5x^2 + 13$
- C. $5x^2 + 24x - 5$**
- D. $5x^2 + 24x - 13$

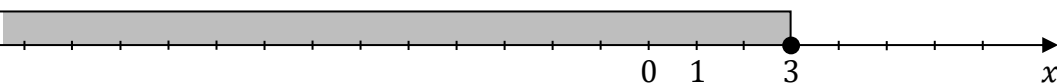
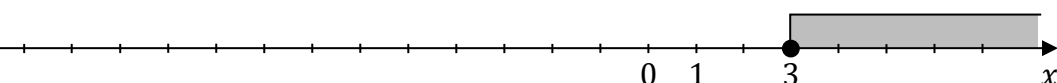
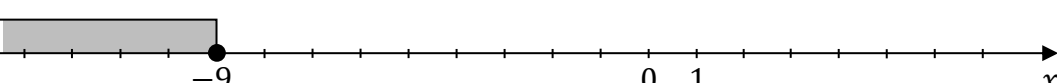
Rozwiązanie →

Zadanie 6. (0–1)

Dana jest nierówność

$$3 - 2(1 - 2x) \geq 2x - 17$$

Wybierz rysunek, na którym poprawnie zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających powyższą nierówność.

- A. 
- B. 
- C. 
- D. **

Rozwiązanie →

Zadanie 7. (0–1)

Równanie $2x(x + 3)(x^2 + 25) = 0$ w zbiorze liczb rzeczywistych ma dokładnie

- A. dwa rozwiązania: (-3) oraz 0 .**
- B. dwa rozwiązania: (-3) oraz 2 .
- C. trzy rozwiązania: (-5) , (-3) oraz 0 .
- D. cztery rozwiązania: (-5) , (-3) , 0 oraz 5 .

Rozwiązanie →

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zad 5.

$$(3x+2)^2 - (2x-3)^2 = 9x^2 + 12x + 4 - (4x^2 - 12x + 9) =$$
$$= 9x^2 + 12x + 4 - 4x^2 + 12x - 9 = 5x^2 + 24x - 5$$

Zad 6.

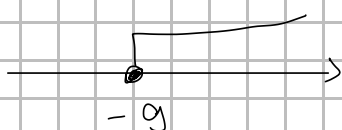
$$3 - 2(1-2x) \geq 2x - 17$$

$$3 - 2 + 4x \geq 2x - 17$$

$$4x - 2x \geq -17 - 3 + 2$$

$$2x \geq -18$$

$$x \geq -9$$



Zad 7.

$$2x(x+3)(x^2+25)=0$$

$$\downarrow$$
$$2x=0$$
$$\underline{x=0}$$

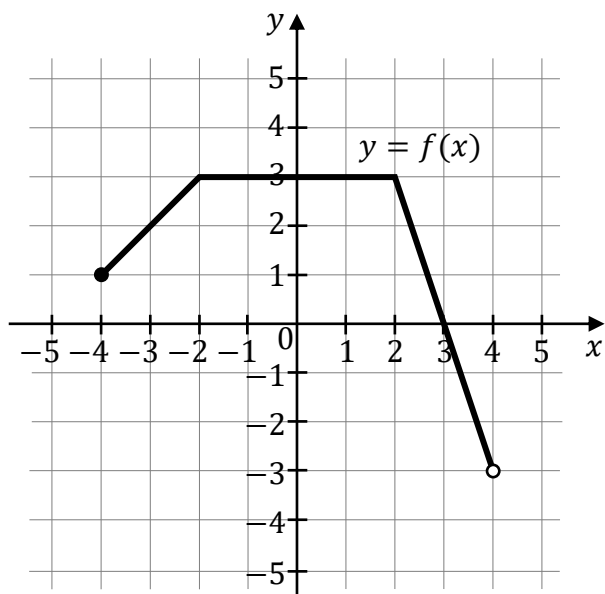
$$\downarrow$$
$$x+3=0$$
$$\underline{x=-3}$$

$$\searrow$$
$$x^2+25=0$$
$$x^2=-25$$

r. Sprawne

Informacja do zadań 8.–9.

Na rysunku, w układzie współrzędnych (x, y) , przedstawiono wykres funkcji f .

**Zadanie 8. (0–1)**

Dziedziną funkcji f jest przedział

- A. $(-4, 4)$ **B. $[-4, 4]$** C. $(-3, 3)$ D. $(-3, 3)$

Zadanie 9. (0–1)

Funkcja f jest rosnąca w przedziale

- A. $[-4, -2]$** B. $(1, 3)$ C. $(2, 4)$ D. $(-3, 3)$

Zadanie 10. (0–1)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = (3 - m)x - 4$.

Funkcja f nie ma miejsca zerowego dla m równego

- A. (-3) B. 0 **C. 3** D. 4

ROZWIĄZANIE $\rightarrow$

Zadanie 11. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = (n + 3)(n - 5)$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Liczba wszystkich ujemnych wyrazów tego ciągu jest równa

- A. 4** B. 5 C. 6 D. 7

ROZWIĄZANIE $\rightarrow$

Zadanie 12. (0–1)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, w którym $a_1 = 27$ oraz $a_2 = 9$.

Czwarty wyraz ciągu (a_n) jest równy

- A. $\frac{1}{3}$ **B. 1** C. 3 D. 729

ROZWIĄZANIE $\rightarrow$

Zadanie 13. (0–1)

Kąt α jest ostry i spełnia warunek $\sqrt{3} \operatorname{tg} \alpha = 2 \sin \alpha$.

Cosinus kąta α jest równy

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$** D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

ROZWIĄZANIE $\rightarrow$

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zad 10. F. liniowa nie ma miejsc zerowych, gdy:

$$a = 0 \quad i \quad b \neq 0$$

$$a = 3 - m \quad b = -4$$

$$3 - m = 0 \\ m = 3$$

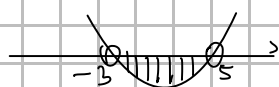
Zad 11. $a_n < 0$

$$(m+3)(m-5) < 0$$

$$\swarrow \\ m+3=0 \\ m=-3$$

$$m-5=0 \\ m=5$$

$$m \in (-3, 5) \quad i \quad n \in \mathbb{N}^+$$



$$m \in \{1, 2, 3, 4\} \\ \underbrace{\hspace{1cm}}_{4 \text{ liczby}}$$

Zad 12.

$$a_1 = 27 \quad a_2 = 9$$

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$$

$$a_4 = a_1 \cdot q^3 = 27 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 27 \cdot \frac{1}{27} = 1$$

Zad 13.

$$\sqrt{3} \operatorname{tg} \alpha = 2 \sin \alpha$$

$$\sqrt{3} \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = 2 \sin \alpha \quad | : \cos \alpha$$

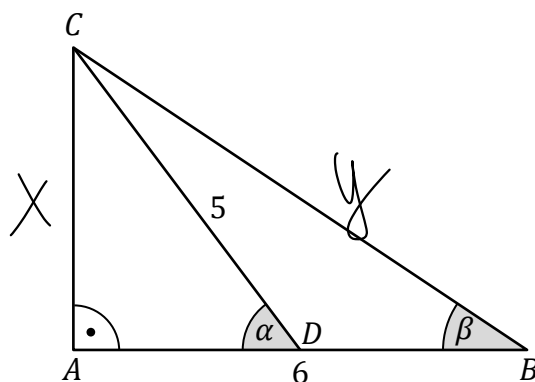
$$\sqrt{3} \sin \alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad | : \sin \alpha$$

$$\sqrt{3} = 2 \cos \alpha \quad | : 2$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Informacja do zadań 14.–15.

Dany jest trójkąt prostokątny ABC , w którym bok BC jest przeciwprostokątną, punkt D jest środkiem przyprostokątnej AB oraz $|AB| = 6$ i $|CD| = 5$. Oznaczmy kąt ADC przez α , natomiast kąt ABC – przez β (zobacz rysunek).

**Zadanie 14. (0–1)**

Tangens kąta α jest równy

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{4}{5}$

D. $\frac{4}{3}$

Zadanie 15. (0–1)

Sinus kąta β jest równy

A. $\frac{2}{\sqrt{13}}$

B. $\frac{3}{\sqrt{13}}$

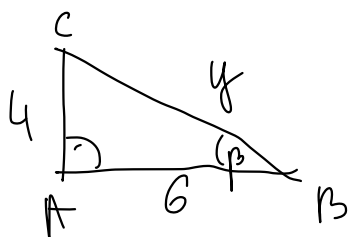
C. $\frac{5}{2\sqrt{13}}$

D. $\frac{4}{5}$

$$x^2 + 3^2 = 5^2$$

$$x = 4$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{x}{3} = \frac{4}{3}$$



$$y^2 = 4^2 + 6^2$$

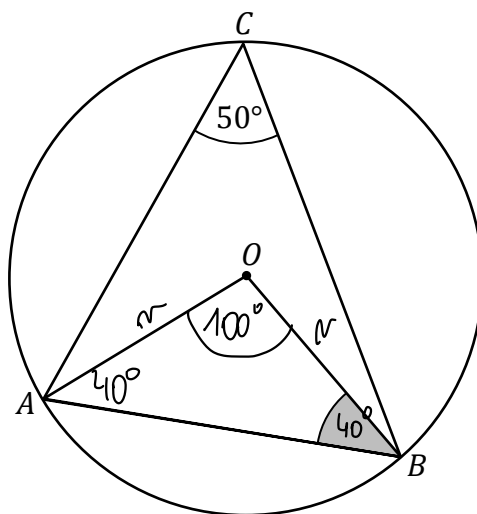
$$y = \sqrt{52}$$

$$y = 2\sqrt{13}$$

$$\sin \beta = \frac{4}{y} = \frac{4}{2\sqrt{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}}$$

Zadanie 16. (0–1)

Punkty A , B oraz C leżą na okręgu o środku w punkcie O .
Miara kąta BCA jest równa 50° (zobacz rysunek).



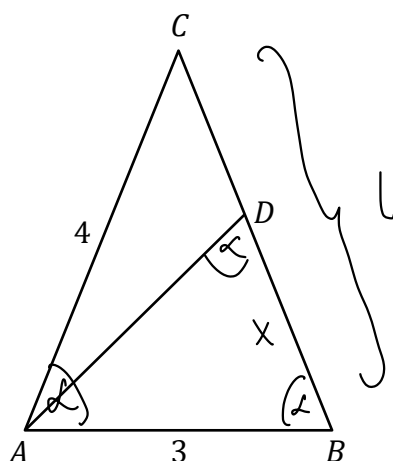
Miara kąta ostrego ABO jest równa

- A. 20° B. 35° **C. 40°** D. 50°

Zadanie 17. (0–1)

W trójkącie równoramiennym ABC dane są: $|AC| = |BC| = 4$ i $|AB| = 3$.

Na boku BC , między punktami B i C , wybrano taki punkt D , że trójkąty ABC i BDA są podobne (zobacz rysunek).



$$\triangle ACB \sim \triangle ADB$$

$$\frac{|AC|}{|AB|} = \frac{|AB|}{|BD|}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{3}{|BD|}$$

$$4|BD| = 9$$

$$|BD| = \frac{9}{4}$$

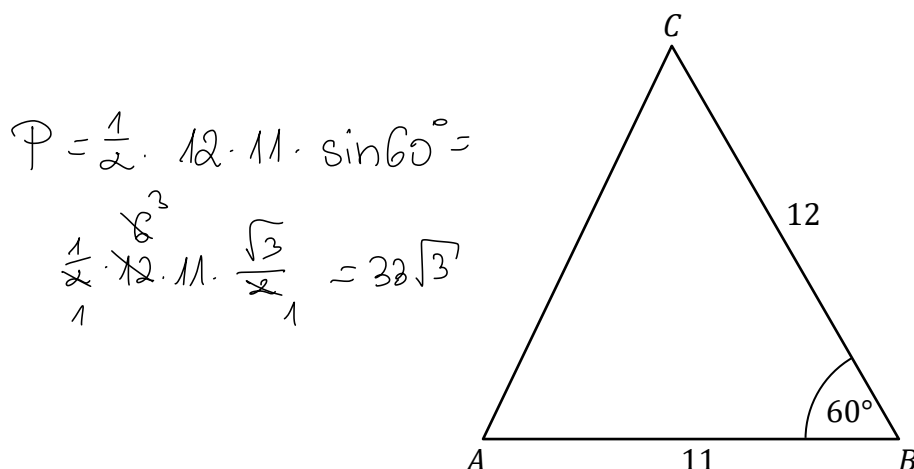
$$|BD| = 2,25$$

Odcinek BD ma długość

- A. 2 **B. 2,25** C. 2,5 D. 3

Zadanie 18. (0–1)

Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AB| = 11$, $|BC| = 12$ oraz $|\angle ABC| = 60^\circ$ (zobacz rysunek).



Pole trójkąta ABC jest równe

- A. 33 **B. $33\sqrt{3}$** C. 66 D. $66\sqrt{3}$

Zadanie 19. (0–1)

W układzie współrzędnych (x, y) proste k oraz l są określone równaniami

$$k: y = (m - 2)x + 5$$

$$l: y = -4x + (m + 3)$$

Rozwiązanie $\rightarrow$

Proste k oraz l są równoległe, gdy liczba m jest równa

- A. (-4) **B. (-2)** C. 2 D. 5

Zadanie 20. (0–1)

W układzie współrzędnych (x, y) dany jest kwadrat $ABCD$, w którym $A = (4, -1)$.

Przekątne tego kwadratu przecinają się w punkcie $S = (1, 3)$.

Przekątna kwadratu $ABCD$ ma długość

Rozwiązanie $\rightarrow$

- A. 5 B. 7 **C. 10** D. 14

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zad 19.

$$a_1 = m - 2$$

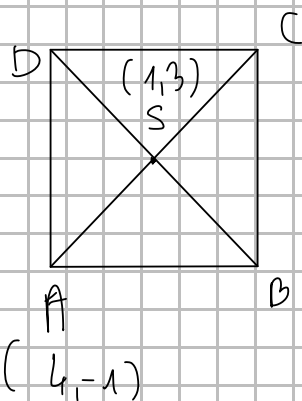
$$a_2 = -4$$

$$a_1 = a_2$$

$$m - 2 = -4$$

$$m = -2$$

Zad 20.



$$|AS| = \sqrt{(1-4)^2 + (3-(-1))^2} =$$
$$= \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

$$|AC| = 2 \cdot |AS| = 10$$

Zadanie 21. (0–1)

Objętość sześcianu jest równa 729.

Długość przekątnej tego sześcianu jest równa

A. $9\sqrt{3}$

B. $9\sqrt{2}$

C. $3\sqrt{3}$

D. $3\sqrt{2}$

Zadanie 22. (0–1)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCD S$ o podstawie $ABCD$.

Długość krawędzi podstawy tego ostrosłupa jest równa 10. Wysokość tego ostrosłupa jest trzy razy dłuższa od krawędzi podstawy.

Wysokość ściany bocznej poprowadzona z wierzchołka S do krawędzi podstawy AB tego ostrosłupa jest równa

A. $5\sqrt{10}$

B. $5\sqrt{35}$

C. $5\sqrt{37}$

D. $10\sqrt{2}$

Zadanie 23. (0–1)

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych nieparzystych, w których zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jeden raz cyfra 0, jest

A. 45

B. 50

C. 54

D. 81

Zadanie 24. (0–1)

W pudełku znajdują się wyłącznie kule białe i czerwone. Kule różnią się jedynie kolorem.

Stosunek liczby kul białych do liczby kul czerwonych jest równy $3 : 5$.

Z pudełka losujemy jedną kulę.

Prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest równe

A. $\frac{3}{8}$

B. $\frac{3}{5}$

C. $\frac{5}{8}$

D. $\frac{2}{5}$

Zadanie 25. (0–1)

Średnia arytmetyczna siedmiu liczb: 1, 2, 3, 4, 5, x , y , jest równa 3.

Suma $x + y$ jest równa

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)

Zad 21.

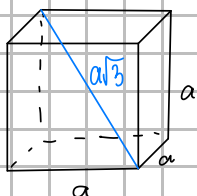
$$V = 729$$

$$a^3 = 729$$

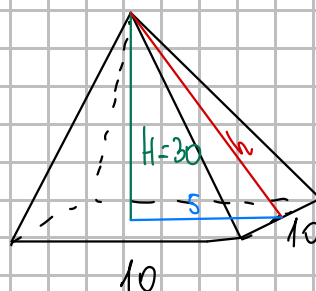
$$a = \sqrt[3]{729}$$

$$a = 9$$

$$d = a\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$$



Zad 22.

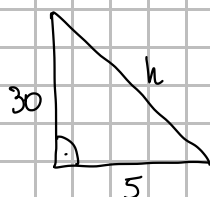


$$H = 3 \cdot 10 = 30$$

$$h^2 = 30^2 + 5^2$$

$$h^2 = 925$$

$$h = \sqrt{925} = 5\sqrt{37}$$



Zad 23.

$$\frac{9 \cdot 1 \cdot 5}{1} = 45$$

bez "0" tu musi
stać 0

1, 3, 5, 7, 9

Zad 24

białe: $3x$

czarne: $5x$

RAZEM: $8x$

$$|Q| = 8x \quad |A| = 3x$$

$$P(A) = \frac{3x}{8x} = \frac{3}{8}$$

Zad 25.

$$\frac{1+2+3+4+5+x+y}{7} = 3$$

$$\frac{15+x+y}{7} = 3 \quad | \cdot 7$$

$$15+x+y = 21 \quad | -15$$

$$x+y = 6$$

Zadanie 26. (0-2)

Rozwiąż nierówność

$$3(2x^2 + 1) < 11x$$

$$3(2x^2 + 1) < 11x$$

$$6x^2 + 3 - 11x < 0$$

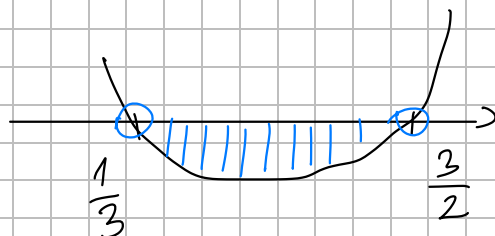
$$6x^2 - 11x + 3 < 0$$

$$\Delta = (-11)^2 - 4 \cdot 6 \cdot 3 = 121 - 72 = 49 \quad \sqrt{\Delta} = 7$$

$$x_1 = \frac{11 - 7}{2 \cdot 6} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$x_2 = \frac{11 + 7}{2 \cdot 6} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$$

1/2



$$x \in \left(\frac{1}{3}, \frac{3}{2} \right) \quad \leftarrow 2/2$$

Zadanie 27. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 0$ i dla każdej liczby rzeczywistej y prawdziwa jest nierówność

$$5x^2 + 2y^2 > 2xy$$

$$x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, y \in \mathbb{R}$$

$$5x^2 + 2y^2 - 2xy > 0$$

$$4x^2 + x^2 + y^2 + y^2 - 2xy > 0$$

$$\underbrace{x^2 - 2xy + y^2} + 4x^2 + y^2 > 0$$

$$(x-y)^2 + 4x^2 + y^2 > 0$$

Wynosienie $4x^2 \geq 0$ i $y^2 \geq 0$.

$x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ zatem wyrażenie $(x-y)^2 > 0$

Suma trzech nieujemnych i choćby dodatnich jest także dodatnia.

Zatem nierówność jest prawdziwa. c.n.d.

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	26.	27.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 28. (0-2)

Zarząd firmy wydzielił z budżetu kwotę 1 200 000 złotych łącznie na projekty badawcze dla dwóch zespołów: A i B. W pierwszym półroczu realizacji tych projektów oba zespoły wykorzystały łącznie 146 700 złotych – zespół A wykorzystał 13% przyznanych mu środków, a zespół B wykorzystał 11% przyznanych mu środków.

Oblicz kwotę przyznaną zespołowi A na realizację projektu badawczego.

x - kwota, którą otrzymał zespół A
 y - kwota, którą otrzymał zespół B

$$\begin{cases} x + y = 1\,200\,000 & | \cdot (-11) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,13x + 0,11y = 146\,700 & | \cdot 100 \end{cases} \quad \leftarrow 1/2$$

$$\begin{array}{r} \begin{cases} -11x - 11y = 132\,000\,000 \\ + \quad 13x + 11y = 146\,700\,000 \end{cases} \\ \hline \end{array}$$

$$2x = 147\,000\,000 \quad | :2$$

$$x = 7\,350\,000$$

$$y = 1\,200\,000 - 7\,350\,000$$

$$y = 465\,000$$

$$\begin{cases} x = 7\,350\,000 \\ y = 465\,000 \end{cases} \quad \leftarrow 2/2$$

Odp.: 7 350 000 zł

Zadanie 29. (0–2)Wyznacz wszystkie wartości m , dla których trzywyrazowy ciąg

$$(2m + 11, m^2 + 3, 5 - m)$$

jest arytmetyczny.

$$m^2 + 3 = \frac{2m + 11 + 5}{2} \quad \leftarrow 1/2$$

$$m^2 + 3 = \frac{m + 16}{2} \quad | \cdot 2$$

$$2m^2 + 6 = m + 16$$

$$2m^2 - m - 10 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-10) = 81 \quad \sqrt{\Delta} = 9$$

$$m_1 = \frac{1 - 9}{2 \cdot 2} = \frac{-8}{4} = -2$$

$$m_2 = \frac{1 + 9}{2 \cdot 2} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \quad \leftarrow 2/2$$

Sprawdźmy:

$$\hookrightarrow a_1 = 2 \cdot (-2) + 11 = 7$$

$$a_2 = (-2)^2 + 3 = 7$$

$$a_3 = 5 - (-2) = 7$$

Sprawdźmy:

$$\hookrightarrow a_1 = 2 \cdot \frac{5}{2} + 11 = 16$$

$$a_2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 3 = 9,25 \quad \leftarrow -6,75$$

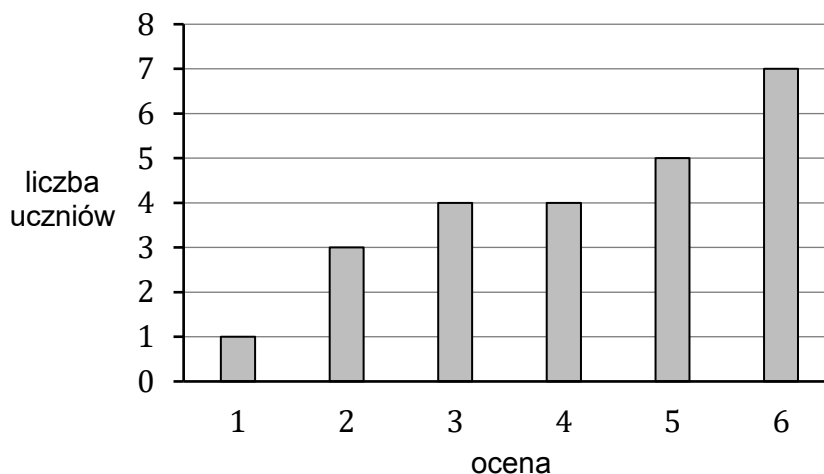
$$a_3 = 5 - \frac{5}{2} = 2,5 \quad \leftarrow -6,75$$

$$\text{Odp: } m \in \left\{-2, \frac{5}{2}\right\}$$

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	28.	29.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 30. (0–2)

Na diagramie przedstawiono wyniki sprawdzianu z matematyki w pewnej klasie maturalnej liczącej 24 uczniów. Na osi poziomej podano oceny, które uzyskali uczniowie tej klasy, a na osi pionowej podano liczbę uczniów, którzy otrzymali daną ocenę.



Oblicz średnią arytmetyczną oraz medianę ocen uzyskanych z tego sprawdzianu przez uczniów tej klasy.

Mediana: $\frac{1}{2}(a_{12} + a_{13}) = \frac{1}{2} \cdot (4 + 5) = 4,5$

Średnie:

$$\frac{1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 5 + 6 \cdot 7}{24} = \frac{114}{24} = 4,75$$

Zadanie 31. (0–2)

Dane są dwa zbiory: $X = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ oraz $Y = \{2, 4, 6, 8\}$.

Losujemy jedną liczbę ze zbioru X , a następnie losujemy jedną liczbę ze zbioru Y i tworzymy uporządkowaną parę liczb (x, y) , gdzie x jest liczbą wylosowaną ze zbioru X oraz y jest liczbą wylosowaną ze zbioru Y .

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że suma $x + y$ wylosowanych liczb będzie liczbą podzielną przez 3.

$$|\Omega| = 5 \cdot 4 = 20$$

+	1	3	5	7	9
2	3	5	7	9	11
4	5	7	9	11	13
6	7	9	11	13	15
8	9	11	13	15	17

$$|A| = 7$$

$$P(A) = \frac{7}{20}$$

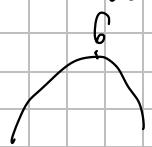
Wypełnia egzaminator	Nr zadania	30.	31.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 32. (0-4)

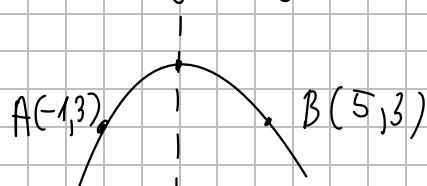
Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Zbiorem wartości funkcji f jest przedział $(-\infty, 6)$. Parabola, która jest wykresem funkcji f , przechodzi przez punkty $A = (-1, 3)$ i $B = (5, 3)$.

Oblicz wartość współczynnika c .

(1) $ZW = (-\infty, 6)$

 $a < 0$ $q = 6$

(2) punkty A i B są symetryczne:



$w(2, 6)$

$p = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-1 + 5}{2} = 2$

postać kanoniczna: $f(x) = a(x-2)^2 + 6$

podstawiamy A: $3 = a(-1-2)^2 + 6$

$-3 = a \cdot 9$

$a = -\frac{1}{3}$

$f(x) = -\frac{1}{3}(x-2)^2 + 6$

I sposób

Aby obliczyć c :

II sposób

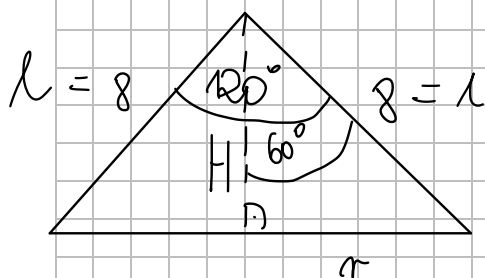
$c = f(0) = -\frac{1}{3}(0-2)^2 + 6 =$
 $= -\frac{1}{3} \cdot 4 + 6 = -\frac{4}{3} + 6 =$
 $= 4\frac{2}{3}$

$f(x) = -\frac{1}{3}(x^2 - 4x + 4) + 6 =$
 $= -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{4}{3} + 6 =$
 $= -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 4\frac{2}{3}$
 $c = 4\frac{2}{3}$

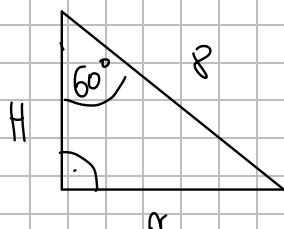
Zadanie 33. (0-4)

Tworząca stożka ma długość 8. Kąt rozwarcia tego stożka ma miarę 120° .

Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego stożka.



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot H$$



$$\sin 60^\circ = \frac{r}{8}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{H}{8}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{r}{8}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{H}{8}$$

$$2r = 8\sqrt{3}$$

$$2H = 8$$

$$r = 4\sqrt{3}$$

$$H = 4$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot (4\sqrt{3})^2 \cdot 4 = \frac{1}{3} \pi \cdot 16 \cdot 3 \cdot 4 = 64\pi$$

$$P_C = \pi r (r + l) = \pi \cdot 4\sqrt{3} (4\sqrt{3} + 8) =$$

$$= 4\sqrt{3} \pi (4\sqrt{3} + 8) = 4\sqrt{3} \pi \cdot 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} \pi \cdot 8 =$$

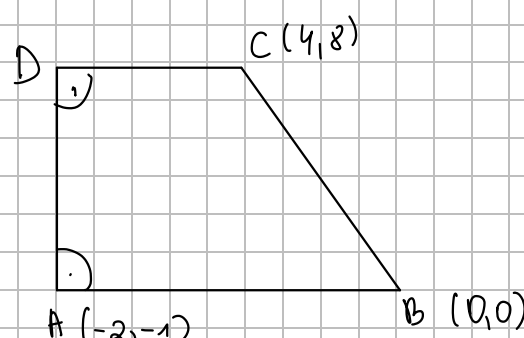
$$= 48\pi + 32\sqrt{3}\pi$$

Zadanie 34. (0-5)

W układzie współrzędnych (x, y) punkty $A = (-2, -1)$, $B = (0, 0)$ oraz $C = (4, 8)$ są wierzchołkami trapezu prostokątnego $ABCD$ o podstawach AB i CD .

Kąt DAB jest prosty.

Oblicz współrzędne punktu D oraz długość odcinka BD .



① prosta AB :

$$a = \frac{-1-0}{-2-0} = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x + b$$

$$B \rightarrow 0 = 0 + b$$

$$b = 0$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

② prosta $AB \parallel$ prosta CD

$$a_1 = a_2$$

pr. CD : $a = \frac{1}{2}$

$$y = \frac{1}{2}x + b$$

$$C \rightarrow 8 = \frac{1}{2} \cdot 4 + b$$

$$b = 6$$

$$y = \frac{1}{2}x + 6$$

③ prosta $AB \perp$ prostej AD

$$a_1 \cdot a_2 = -1$$

pr. AD : $\frac{1}{2} \cdot a_2 = -1$

$$a_2 = -2$$

$$y = -2x + b$$

$$A \rightarrow -1 = -2 \cdot (-2) + b$$

$$b = -5$$

$$y = -2x - 5$$

④ Punkt D :

$$\begin{cases} \text{pr. } CD & y = \frac{1}{2}x + 6 \\ \text{pr. } AD & y = -2x - 5 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x = -\frac{22}{5} \\ y = \frac{18}{5} \end{cases}$$

$$D = \left(-\frac{22}{5}, \frac{18}{5}\right)$$

⑤

$$|BD| = \sqrt{\left(-\frac{22}{5} - 0\right)^2 + \left(\frac{18}{5} - 0\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{484}{25} + \frac{324}{25}} = \sqrt{\frac{808}{25}} =$$

$$= \frac{\sqrt{808}}{5} = \frac{\sqrt{16 \cdot 50.5}}{5} = \frac{4\sqrt{126.25}}{5} = \frac{13\sqrt{5}}{5}$$