

**WYPEŁNIA ZDAJĄCY**

**KOD**

|  |  |  |
|--|--|--|
|  |  |  |
|--|--|--|

**PESEL**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

**Miejsce na naklejkę.**

Sprawdź, czy kod na naklejce to  
**M-100**.

Jeżeli tak – przyklej naklejkę.  
Jeżeli nie – zgłoś to nauczycielowi.

**Egzamin maturalny**

**Formuła 2023**

**MATEMATYKA**

**Poziom podstawowy**

*Symbol arkusza*

**M**MAP-P0-**100**-2405

**DATA: 8 maja 2024 r.**

**GODZINA ROZPOCZĘCIA: 9:00**

**CZAS TRWANIA: 180 minut**

**LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: 46**

**WYPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

- ☐ dostosowania zasad oceniania
- ☐ dostosowania w zw. z dyskalkulią
- ☐ nieprzenoszenia odpowiedzi na kartę.

**Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym**

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.



**Zadanie 1. (0–1)**

Dana jest nierówność

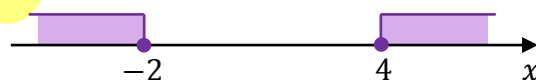
$$|x - 1| \geq 3$$

Na którym rysunku poprawnie zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających powyższą nierówność? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A.



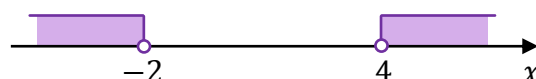
B.



C.



D.

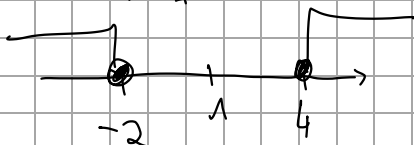


Brudnopis

$$|x - 1| \geq 3$$

$$\downarrow x - 1 = 0$$

$$x = 1$$

**Zadanie 2. (0–1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba  $\left(\frac{1}{16}\right)^8 \cdot 8^{16}$  jest równa

A.  $2^{24}$

B.  $2^{16}$

C.  $2^{12}$

D.  $2^8$

Brudnopis

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{16}\right)^8 \cdot 8^{16} &= 16^{-8} \cdot 8^{16} = (2^4)^{-8} \cdot (2^3)^{16} = 2^{-32} \cdot 2^{48} = \\ &= 2^{16} \end{aligned}$$



**Zadanie 3. (0-2)**

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$  liczba  $n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2$  przy dzieleniu przez 3 daje resztę 2.

3.

0-1-2

$$\begin{aligned}n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 &= \\&= n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 = \\&= 3n^2 + 6n + 5 = \underbrace{3n^2 + 6n + 3}_{k, k \in \mathbb{N}} + 2 = \\&= 3(n^2 + n + 1) + 2 = \\&= 3k + 2\end{aligned}$$

Wyrażenie  $n^2 + n + 1$  jest liczbą naturalną,  
stąd liczba  $3k + 2$  jest liczbą,  
która przy dzieleniu przez 3  
daje resztę 2. c.n.d.

**Zadanie 4. (0–1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba  $\log_{\sqrt{3}} 9$  jest równa

A. 2

B. 3

C. 4

D. 9

Brudnopis

$$\log_{\sqrt{3}} 9 = \log_{\sqrt{3}} 3^2 = 2 \log_{\sqrt{3}} 3 = 2 \cdot 2 = 4$$

$\uparrow$   
 $\sqrt{3}^2 = 3$

**Zadanie 5. (0–1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej  $a$  i dla każdej liczby rzeczywistej  $b$  wartość wyrażenia  $(2a + b)^2 - (2a - b)^2$  jest równa wartości wyrażenia

A.  $8a^2$

B.  $8ab$

C.  $-8ab$

D.  $2b^2$

Brudnopis

$$\begin{aligned} (2a+b)^2 - (2a-b)^2 &= \\ &= 4a^2 + 4ab + b^2 - (4a^2 - 4ab + b^2) = \\ &= \cancel{4a^2} + 4ab + \cancel{b^2} - \cancel{4a^2} + 4ab - \cancel{b^2} = \\ &= 8ab \end{aligned}$$

**Zadanie 6. (0–1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$1 - \frac{3}{2}x < \frac{2}{3} - x \quad | \cdot 6$$

jest przedział

A.  $(-\infty, -\frac{2}{3})$

B.  $(-\infty, \frac{2}{3})$

C.  $(-\frac{2}{3}, +\infty)$

**D.  $(\frac{2}{3}, +\infty)$**

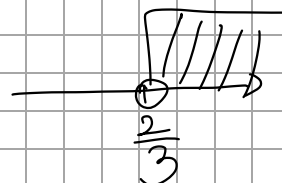
Brudnopis

$$6 - 9x < 4 - 6x$$

$$-9x + 6x < 4 - 6$$

$$-3x < -2$$

$$x > \frac{2}{3}$$

**Zadanie 7. (0–1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie  $\frac{x+1}{(x+2)(x-3)} = 0$  w zbiorze liczb rzeczywistych

A. nie ma rozwiązania.

**B. ma dokładnie jedno rozwiązanie:  $(-1)$ .**

C. ma dokładnie dwa rozwiązania:  $(-2)$  oraz  $3$ .

D. ma dokładnie trzy rozwiązania:  $(-1)$ ,  $(-2)$  oraz  $3$ .

Brudnopis

$$D: (x+2)(x-3) \neq 0$$

$$\downarrow$$

$$x+2 \neq 0 \quad x-3 \neq 0$$

$$x \neq -2$$

$$x \neq 3$$

$$\frac{x+1}{(x+2)(x-3)} = 0$$

$$x+1=0$$

$$x = -1$$

**Zadanie 8. (0-1)**


Dany jest wielomian  $W(x) = 3x^3 + 6x^2 + 9x$ .

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

|                                                                                |          |          |
|--------------------------------------------------------------------------------|----------|----------|
| Wielomian $W$ jest iloczynem wielomianów $F(x) = 3x$ i $G(x) = x^2 + 2x + 3$ . | <b>P</b> | <b>F</b> |
| Liczba $(-1)$ jest rozwiązaniem równania $W(x) = 0$ .                          | <b>P</b> | <b>F</b> |

Brudnopis

$$F(x) \cdot G(x) = 3x(x^2 + 2x + 3) = 3x^3 + 6x^2 + 9x = W(x)$$

$$\begin{aligned} W(-1) &= 3 \cdot (-1)^3 + 6 \cdot (-1)^2 + 9 \cdot (-1) = \\ &= -3 + 6 - 9 = -6 \end{aligned}$$

9.

0-1-  
2-3

**Zadanie 9. (0-3)**

Rozwiąż równanie

$$\underbrace{x^3 - 2x^2 - 3x + 6 = 0}$$

Zapisz obliczenia.

$$x^2(x-2) - 3(x-2) = 0$$

$$(x^2 - 3)(x - 2) = 0$$

$$x^2 - 3 = 0$$

$$x^2 = 3$$

$$x = \sqrt{3} \vee x = -\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} x - 2 &= 0 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$\text{Odp: } x = -\sqrt{3}, x = \sqrt{3}, x = 2$$



**Zadanie 10. (0–1)**

W październiku 2022 roku założono dwa sady, w których posadzono łącznie 1960 drzew. Po roku stwierdzono, że uszło 5% drzew w pierwszym sadzie i 10% drzew w drugim sadzie. Uschnittę drzewa usunięto, a nowych nie dosadzano.

Liczba drzew, które pozostały w drugim sadzie, stanowiła 60% liczby drzew, które pozostały w pierwszym sadzie.

Niech  $x$  oraz  $y$  oznaczają liczby drzew posadzonych – odpowiednio – w pierwszym i drugim sadzie.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Układem równań, którego poprawne rozwiązanie prowadzi do obliczenia liczby  $x$  drzew posadzonych w pierwszym sadzie oraz liczby  $y$  drzew posadzonych w drugim sadzie, jest

A.  $\begin{cases} x + y = 1960 \\ 0,6 \cdot 0,95x = 0,9y \end{cases}$  ✓

B.  $\begin{cases} x + y = 1960 \\ 0,95x = 0,6 \cdot 0,9y \end{cases}$  —

C.  $\begin{cases} x + y = 1960 \\ 0,05x = 0,6 \cdot 0,1y \end{cases}$  —

D.  $\begin{cases} x + y = 1960 \\ 0,4 \cdot 0,95x = 0,9y \end{cases}$  —

Brudnopis

Po roku zostało:

I sad:  $95\% x = 0,95x$

II sad:  $90\% y = 0,9y$

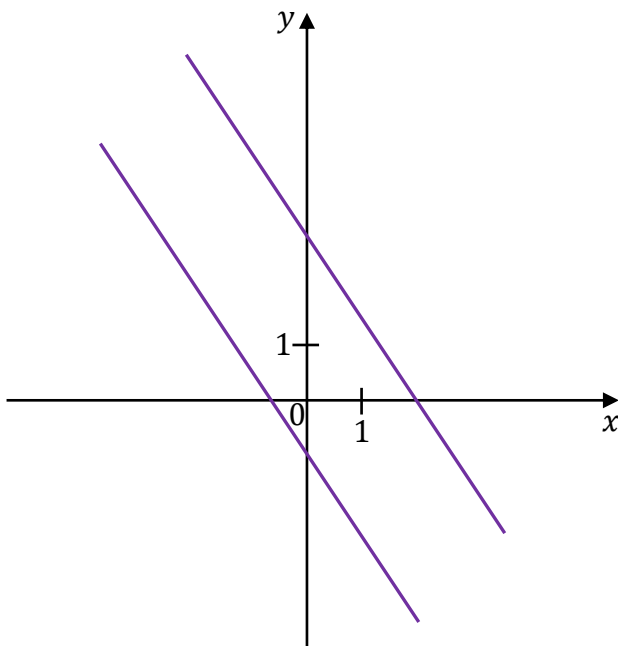
II sad = 60% I sad

$0,9y = 60\% \cdot 0,95x$

$0,9y = 0,6 \cdot 0,95x$

### Zadanie 11. (0–1)

Na rysunku, w kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$ , przedstawiono dwie proste równoległe, które są interpretacją geometryczną jednego z poniższych układów równań A–D.



**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Układem równań, którego interpretację geometryczną przedstawiono na rysunku, jest

**A.**  $\begin{cases} y = -\frac{3}{2}x + 3 \\ y = -\frac{3}{2}x - 1 \end{cases}$  ✓ ✓

~~B.  $\begin{cases} y = \frac{3}{2}x + 3 \\ y = -\frac{2}{3}x - 1 \end{cases}$~~

c.  $\begin{cases} y = \frac{3}{2}x + 3 \\ y = \frac{3}{2}x - 1 \end{cases}$

~~D.~~ 
$$\begin{cases} y = -\frac{3}{2}x - 3 \\ y = \frac{3}{2}x + 1 \end{cases}$$

1) Równoległe, gdy  
 $a_1 = a_2$

2) Obie są malejące  
więc  $a < 0$

[illegible]

**Zadanie 12. (0–1)**

Funkcja liniowa  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = \underbrace{(-2k + 3)}_a x + k - 1$ , gdzie  $k \in \mathbb{R}$ .

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Funkcja  $f$  jest malejąca dla każdej liczby  $k$  należącej do przedziału

A.  $(-\infty, 1)$

B.  $(-\infty, -\frac{3}{2})$

C.  $(1, +\infty)$

**D.  $(\frac{3}{2}, +\infty)$**

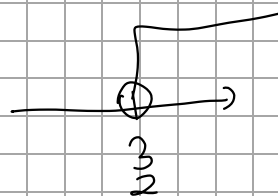
Brudnopis

$$a < 0$$

$$-2k + 3 < 0$$

$$-2k < -3$$

$$k > \frac{3}{2}$$

**Zadanie 13. (0–1)**

Funkcje liniowe  $f$  oraz  $g$ , określone wzorami  $f(x) = 3x + 6$  oraz  $g(x) = ax + 7$ , mają to samo miejsce zerowe.

**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Współczynnik  $a$  we wzorze funkcji  $g$  jest równy

A.  $(-\frac{7}{2})$

B.  $(-\frac{2}{7})$

C.  $\frac{2}{7}$

**D.  $\frac{7}{2}$**

Brudnopis

$$f(x) = 0$$

$$3x + 6 = 0$$

$$3x = -6$$

$$x = -2$$

$$g(x) = ax + 7$$

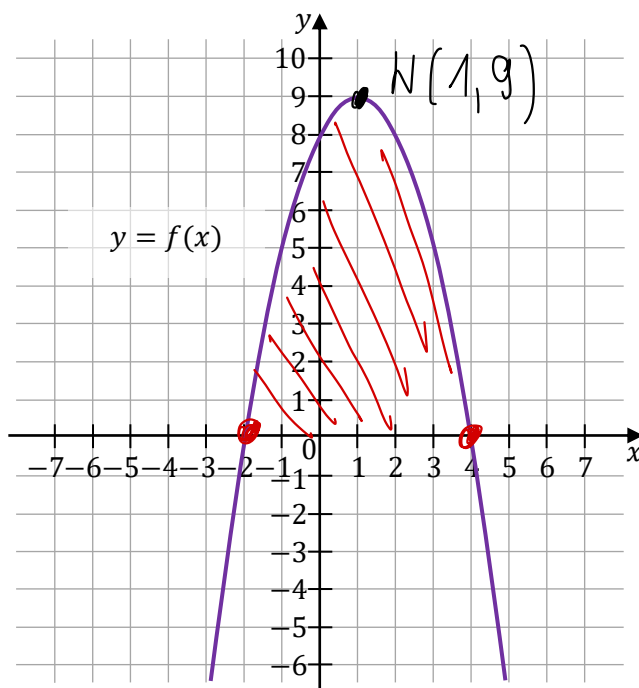
$$0 = a \cdot (-2) + 7$$

$$-7 = -2a$$

$$a = \frac{7}{2}$$

**Zadanie 14.**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  przedstawiono fragment paraboli, która jest wykresem funkcji kwadratowej  $f$  (zobacz rysunek). Wierzchołek tej paraboli oraz punkty przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych mają obie współrzędne całkowite.

**Zadanie 14.1. (0–1)**

Uzupełnij poniższe zdanie. Wpisz odpowiedni przedział w wykropkowanym miejscu tak, aby zdanie było prawdziwe.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności  $f(x) \geq 0$  jest przedział  $[-2, 4]$  .....

| Brudnopis |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|-----------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

↑  
nad osią

$[-2, 4]$   
lub  
 $[-2, 4]$

**Zadanie 14.2. (0–1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja kwadratowa  $f$  jest określona wzorem

A.  $f(x) = \underline{-}(x + 1)^2 - 9$

B.  $f(x) = \underline{-}(x - 1)^2 + 9$

C.  $f(x) = \underline{-}(x - 1)^2 - 9$

D.  $f(x) = \underline{-}(x + 1)^2 + 9$

| Brudnopis |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|-----------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

$N(1, 9)$

p. kanoniczna:  $f(x) = a(x - 1)^2 + 9$

↑  $a$  wszędzie wynosi  $-1$ ,  
więc nie jest istotne tutaj.

### Zadanie 14.3. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

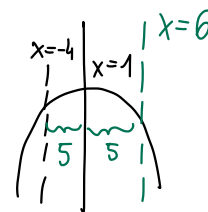
Dla funkcji  $f$  prawdziwa jest równość

A.  $f(-4) = f(6)$

B.  $f(-4) = f(5)$

C.  $f(-4) = f(4)$

D.  $f(-4) = f(7)$



|           |                                |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|-----------|--------------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| Brudnopis | równanie osi symetrii: $x = 1$ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|           |                                |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|           |                                |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|           |                                |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

### Zadanie 14.4. (0-2)

Funkcje kwadratowe  $g$  oraz  $h$  są określone za pomocą funkcji  $f$  (zobacz rysunek na stronie 13) następująco:  $g(x) = f(x + 3)$ ,  $h(x) = f(-x)$ .

Na rysunkach A-F przedstawiono, w kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$ , fragmenty wykresów różnych funkcji – w tym fragment wykresu funkcji  $g$  oraz fragment wykresu funkcji  $h$ .

o 3 w lewo

symetria Soy

14.4.

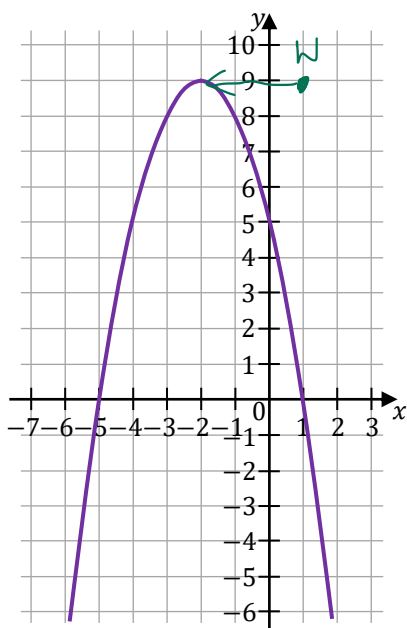
0-1-2

Uzupełnij tabelę. Każdej z funkcji  $g$  oraz  $h$  przyporządkuj fragment jej wykresu.

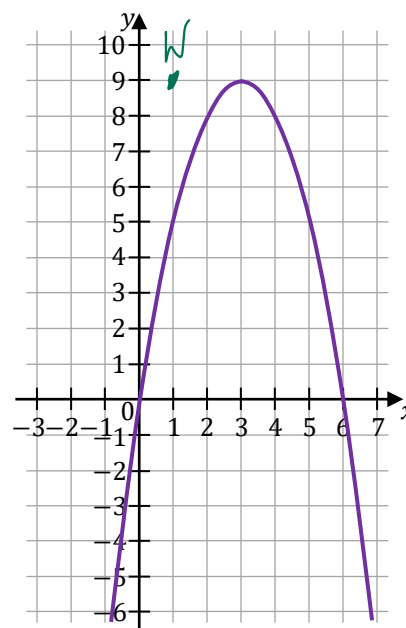
Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A-F.

|                                                              |   |
|--------------------------------------------------------------|---|
| Fragment wykresu funkcji $y = g(x)$ przedstawiono na rysunku | A |
| Fragment wykresu funkcji $y = h(x)$ przedstawiono na rysunku | E |

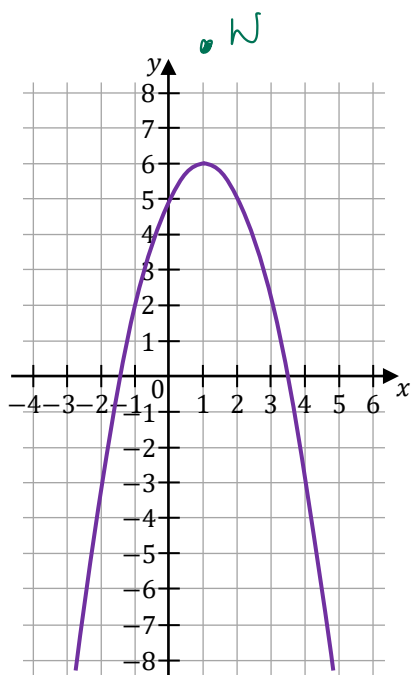
A.



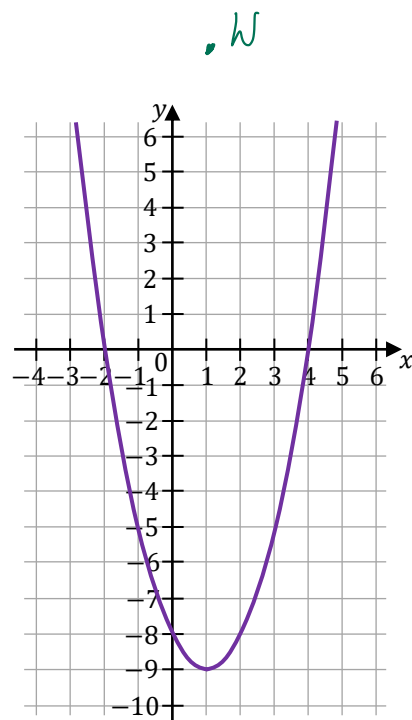
B.



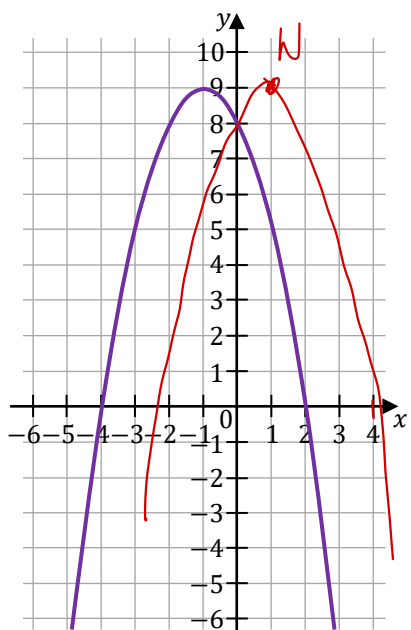
C.



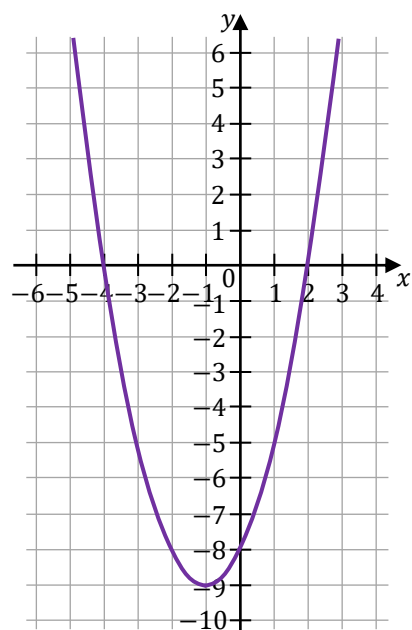
D.



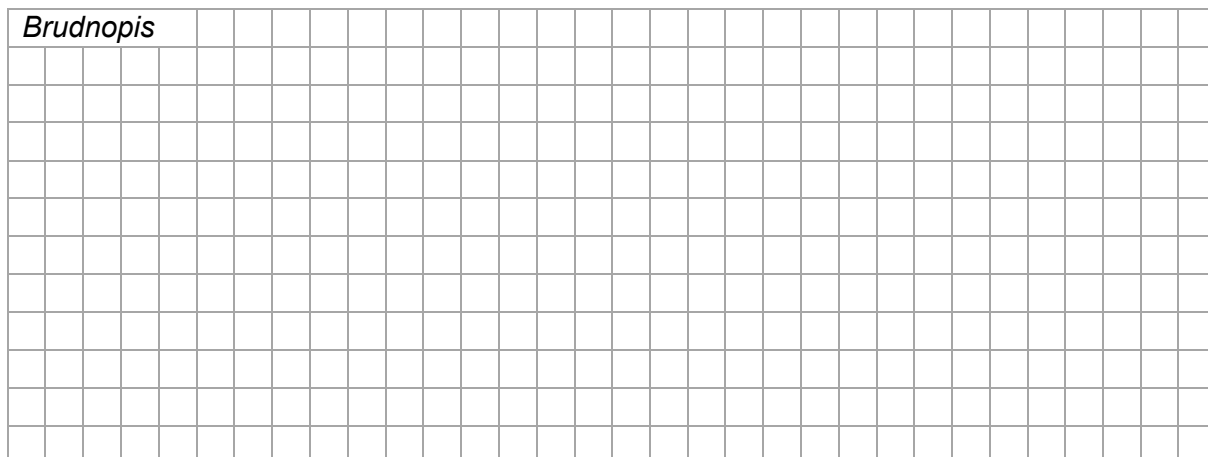
E.



F.



Brudnopis



**Zadanie 15. (0–1)**

Ciąg  $(a_n)$  jest określony wzorem  $a_n = (-1)^n \cdot (n - 5)$  dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ .

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

|    |                                                                                    |       |       |   |   |
|----|------------------------------------------------------------------------------------|-------|-------|---|---|
| 1) | Pierwszy wyraz ciągu $(a_n)$ jest dwa razy większy od trzeciego wyrazu tego ciągu. | $a_1$ | $a_3$ | P | F |
|    | Wszystkie wyrazy ciągu $(a_n)$ są dodatnie.                                        |       |       | P | F |

|           |                                                                                                             |  |  |  |  |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|--|--|
| Brudnopis |                                                                                                             |  |  |  |  |
| 1)        | $a_1 = (-1)^1 \cdot (1-5) = -1 \cdot (-4) = 4$<br>$a_3 = (-1)^3 \cdot (3-5) = -1 \cdot (-2) = 2$<br>$4:2=2$ |  |  |  |  |
| 2)        | Nie, bo np. $a_2 = (-1)^2 \cdot (2-5) = 1 \cdot (-3) = -3$                                                  |  |  |  |  |

**Zadanie 16. (0–1)**

Trzywyrazowy ciąg  $(12, 6, 2m - 1)$  jest geometryczny.

Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź A albo B oraz odpowiedź 1., 2. albo 3.

Ten ciąg jest

|    |          |      |    |                   |
|----|----------|------|----|-------------------|
| A. | rosnący  | oraz | 1. | $m = \frac{1}{2}$ |
|    |          |      | 2. | $m = 2$           |
| B. | malejący |      | 3. | $m = 3$           |

|                                                                                                                                        |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| Brudnopis                                                                                                                              |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| $6^2 = 12 \cdot (2m-1)$<br>$36 = 24m - 12 \quad   +12$<br>$48 = 24m$<br>$m = 2 \quad \rightarrow 12, 6, 3 \rightarrow \text{malejący}$ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**Zadanie 17. (0-2)**

Ciąg arytmetyczny  $(a_n)$  jest określony dla każdej liczby naturalnej  $n \geq 1$ . Trzeci wyraz tego ciągu jest równy  $(-1)$ , a suma piętnastu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu jest równa  $(-165)$ .

Oblicz różnicę tego ciągu. Zapisz obliczenia.

17.

0-1-2

$$a_3 = -1$$

$$S_{15} = -165 \quad r = ?$$

$$\downarrow$$
$$a_3 = a_1 + 2r$$

$$S_{15} = \frac{2a_1 + 14r}{2} \cdot 15$$

$$\underline{-1 = a_1 + 2r}$$

$$\underline{-165 = (a_1 + 7r) \cdot 15} \quad | :15$$

$$\underline{-11 = a_1 + 7r}$$

$$\begin{cases} a_1 + 2r = -1 \\ a_1 + 7r = -11 \quad | \cdot (-1) \end{cases}$$

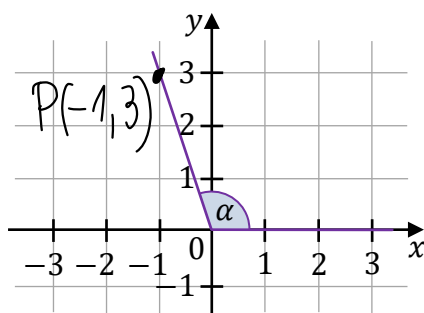
$$\begin{array}{r} \begin{cases} a_1 + 2r = -1 \\ -a_1 - 7r = 11 \end{cases} \\ \hline \end{array}$$

$$-5r = 10$$

$$\underline{\underline{r = -2}}$$

### Zadanie 18. (0-2)

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  zaznaczono kąt o mierze  $\alpha$  taki, że  $\operatorname{tg} \alpha = -3$  oraz  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$  (zobacz rysunek).



18. 0-1-2  
Uzupełnij zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w kropkowanych miejscach.

Prawdziwe są zależności: B oraz F.

A.  $\sin \alpha < 0$  F

B.  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha < 0$  P

C.  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha > 0$  F

D.  $\cos \alpha > 0$  F

E.  $\sin \alpha = -\frac{1}{3} \cos \alpha$  F

F.  $\sin \alpha = -3 \cos \alpha$  P

Brudnopis

$$r = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10}$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}} > 0$$

$$\cos \alpha = \frac{-1}{\sqrt{10}} < 0$$

$$E. \sin \alpha = -\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{10}}\right) = \frac{1}{3\sqrt{10}} \text{ (F)}$$

$$F. \sin \alpha = -3 \cdot \left(-\frac{1}{\sqrt{10}}\right) = \frac{3}{\sqrt{10}} \text{ (P)}$$

### Zadanie 19. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba  $\sin^3 20^\circ + \cos^2 20^\circ \cdot \sin 20^\circ$  jest równa

A.  $\cos 20^\circ$

B.  $\sin 20^\circ$

C.  $\operatorname{tg} 20^\circ$

D.  $\sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ$

Brudnopis

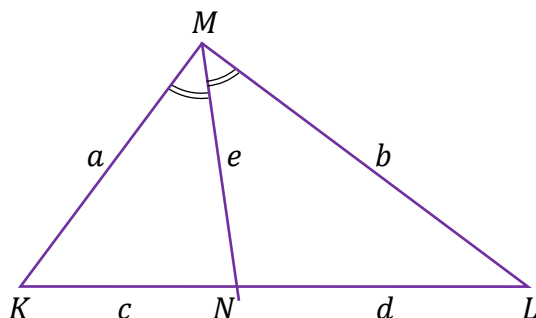
$$\sin^3 20^\circ + \cos^2 20^\circ \cdot \sin 20^\circ =$$

$$= \sin 20^\circ (\underbrace{\sin^2 20^\circ + \cos^2 20^\circ}_1) = \sin 20^\circ$$



### Zadanie 20. (0–1)

Dany jest trójkąt  $KLM$ , w którym  $|KM| = a$ ,  $|LM| = b$  oraz  $a \neq b$ . Dwusieczna kąta  $KML$  przecina bok  $KL$  w punkcie  $N$  takim, że  $|KN| = c$ ,  $|NL| = d$  oraz  $|MN| = e$  (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

W trójkącie  $KLM$  prawdziwa jest równość

A.  $a \cdot b = c \cdot d$

B.  $a \cdot d = b \cdot c$  ✓

C.  $a \cdot c = b \cdot d$

D.  $a \cdot b = e \cdot e$

z Tw. o dwusiecznej:

Brudnopis

$$\frac{c}{d} = \frac{a}{b}$$

$$cb = ad$$

### Zadanie 21. (0–1)

Dany jest równoległobok o bokach długości 3 i 4 oraz o kącie między nimi o mierze  $120^\circ$ .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole tego równoległoboku jest równe

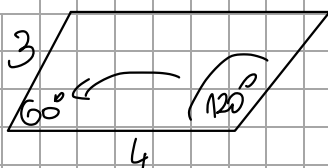
A. 12

B.  $12\sqrt{3}$

C. 6

D.  $6\sqrt{3}$

Brudnopis



$$P = ab \sin \alpha$$

$$P = 3 \cdot 4 \cdot \sin 60^\circ = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$



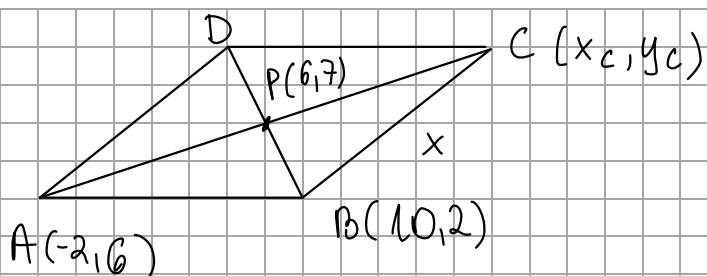
**Zadanie 24. (0-2)**

W kartezjańskim układzie współrzędnych  $(x, y)$  dany jest równoległobok  $ABCD$ , w którym  $A = (-2, 6)$  oraz  $B = (10, 2)$ . Przekątne  $AC$  oraz  $BD$  tego równoległoboku przecinają się w punkcie  $P = (6, 7)$ .

Oblicz długość boku  $BC$  tego równoległoboku. Zapisz obliczenia.

24.

0-1-2



$$x_P = \frac{x_A + x_C}{2}$$

$$y_P = \frac{y_A + y_C}{2}$$

$$6 = \frac{-2 + x_C}{2}$$

$$7 = \frac{6 + y_C}{2}$$

$$12 = -2 + x_C$$

$$14 = 6 + y_C$$

$$x_C = 14$$

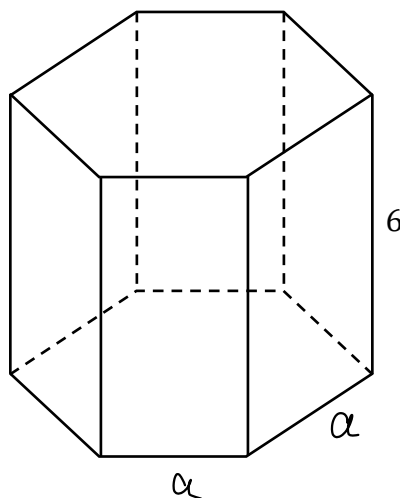
$$y_C = 8$$

$$C = (14, 8)$$

$$|BC| = \sqrt{(14-10)^2 + (8-2)^2} = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{16+36} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

**Zadanie 25.**

Wysokość graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego jest równa 6 (zobacz rysunek). Pole podstawy tego graniastosłupa jest równe  $15\sqrt{3}$ .

**Zadanie 25.1. (0–1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole jednej ściany bocznej tego graniastosłupa jest równe

A.  $36\sqrt{10}$

B. 60

**C.  $6\sqrt{10}$**

D. 360

Brudnopis

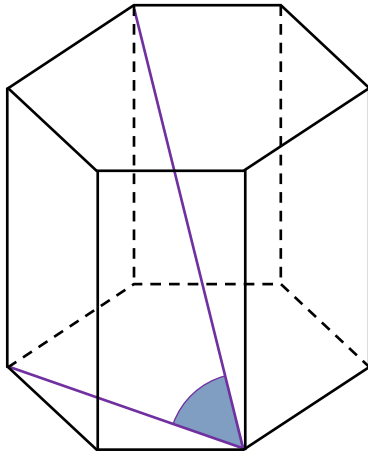
$$\begin{aligned}P_p &= 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \\15\sqrt{3} &= 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \quad | \cdot 4 \\60\sqrt{3} &= 6a^2\sqrt{3} \quad | : 6\sqrt{3} \\10 &= a^2 \\a &= \sqrt{10} \\P_s &= \sqrt{10} \cdot 6 = 6\sqrt{10}\end{aligned}$$

Zadanie 25.2. (0-1) 

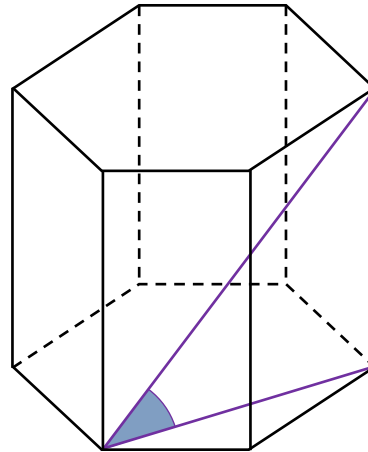
**Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.**

Kąt nachylenia najdłuższej przekątnej graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego do płaszczyzny podstawy jest zaznaczony na rysunku

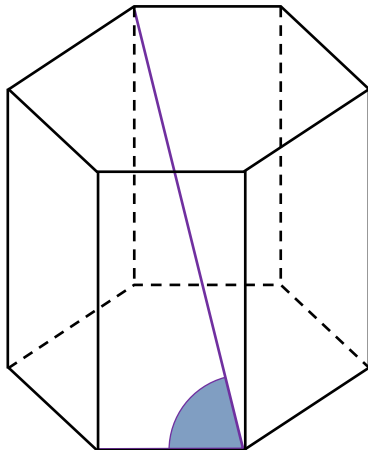
**A.**



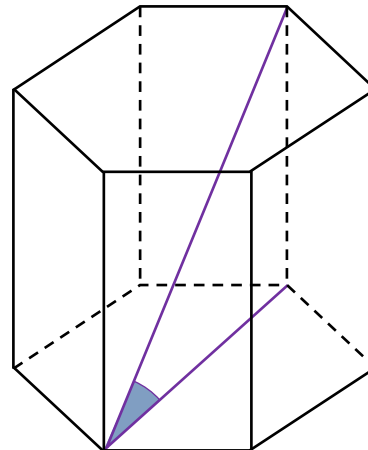
**B.**



**C.**



**D.**



*Brudnopis*

**Zadanie 26. (0–1)**

Ostrosłup  $F_1$  jest podobny do ostrosłupa  $F_2$ .

Objętość ostrosłupa  $F_1$  jest równa 64.

Objętość ostrosłupa  $F_2$  jest równa 512.

26.

0–1

Uzupełnij poniższe zdanie. Wpisz odpowiednią liczbę w wy kropkowanym miejscu tak, aby zdanie było prawdziwe.

Stosunek pola powierzchni całkowitej ostrosłupa  $F_2$  do pola powierzchni całkowitej ostrosłupa  $F_1$  jest równy ..... **4** .....

Brudnopis

$$K^3 = \frac{V_2}{V_1} = \frac{512}{64} = 8 \Rightarrow K = 2$$

$$K^2 = \frac{P_1}{P_2} = 2^2 = 4$$

**Zadanie 27. (0–1)**

Rozważamy wszystkie kody czterocyfrowe utworzone tylko z cyfr 1, 3, 6, 8, przy czym w każdym kodzie każda z tych cyfr występuje dokładnie jeden raz.

↖ bez powtórzeń

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba wszystkich takich kodów jest równa

A. 4

B. 10

**C. 24**

D. 16

Brudnopis

$$\underline{4} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1} = 24$$



**Zadanie 30. (0–2)**

Dany jest pięcioelementowy zbiór  $K = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ . Wylosowanie każdej liczby z tego zbioru jest jednakowo prawdopodobne. Ze zbioru  $K$  losujemy ze zwracaniem kolejno dwa razy po jednej liczbie i zapisujemy je w kolejności losowania.

30.

0–1–2

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia  $A$  polegającego na tym, że suma wylosowanych liczb jest liczbą parzystą. Zapisz obliczenia.

$$|\Omega| = 5 \cdot 5 = 25$$

|   | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
|---|----|----|----|----|----|
| 5 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 6 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 7 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 8 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| 9 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |

$$|A| = 13$$

$$P(A) = \frac{13}{25}$$

**Zadanie 31. (0–4)**

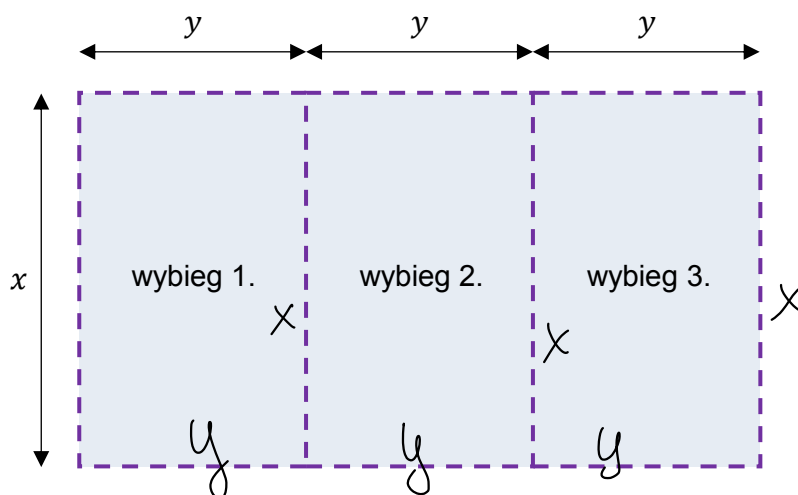
W schronisku dla zwierząt, na płaskiej powierzchni, należy zbudować ogrodzenie z siatki wydzielające trzy identyczne wybiegi o wspólnych ścianach wewnętrznych.

Podstawą każdego z tych trzech wybiegów jest prostokąt (jak pokazano na rysunku).

Do wykonania tego ogrodzenia należy zużyć 36 metrów bieżących siatki.

Schematyczny rysunek trzech wybiegów (widok z góry).

Linia przerywaną zaznaczono siatkę.



Oblicz wymiary  $x$  oraz  $y$  jednego wybiegu, przy których suma pól podstaw tych trzech wybiegów będzie największa. W obliczeniach pomij szerokość wejścia na każdy z wybiegów. Zapisz obliczenia.

31.

0-1-  
2-3-4

$$\begin{aligned}
 6y + 4x &= 36 \quad | :6 \\
 y + \frac{2}{3}x &= 6 \\
 y &= 6 - \frac{2}{3}x \\
 P &= 3 \cdot x \cdot y \\
 P(x) &= 3 \cdot x \left(6 - \frac{2}{3}x\right) = 18x - 2x^2 = -2x^2 + 18x \\
 p &= \frac{-18}{-4} = 4,5 \rightarrow \underline{x = 4,5 \text{ m}} \\
 y &= 6 - \frac{2}{3} \cdot 4,5 = 3 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D: \quad & x > 0 \quad y > 0 \quad y < x \\
 & 6 - \frac{2}{3}x > 0 \quad 6 - \frac{2}{3}x < x \\
 & -\frac{2}{3}x > -6 \quad -1\frac{2}{3}x < -6 \\
 & x < 9 \quad x > 6 \cdot \frac{3}{5} \\
 & \quad \quad x > 3,6 \\
 & \quad \quad x \in (0; 3,6)
 \end{aligned}$$